

# 統計・確率科目の理解度調査、 および科目接続に向けた取り組みの報告

## Reports on researches of understandings for statics-probability classes and an action toward connecting subjects

藤井 俊, 堤 厚博

*Satoshi FUJII, Atsuhiko TSUTSUMI*

大学初年時の統計学を扱う授業において、前学期と後学期の科目間の連携に取り組んだ。この取り組みの動機は、初年次前学期の科目内で、場合の数や確率を学習し、統計学の初歩を学習するにもかかわらず、後学期の統計・確率科目において、類似する学習内容の理解度が不十分であることが分析されたためである。本年度は、後学期へのスムーズな移行を目論み、前学期の学習内容を工夫した。本事例報告では、昨年度の学生の学習理解度に対する分析を紹介し、理解度を向上させるための本年度の取り組みと前学期の結果を報告する。また、後学期の科目への接続についての展望を述べる。

キーワード：統計科目、確率科目、科目接続

For classes on which freshman students learn statics, the authors acted on the connections from classes held at the first semester to classes held at the second semester. A motivation of this action is that the authors confirmed students' understandings of statics and probability at the second semester were not satisfied even though they had learned basics of statics at the first semester. In current year, the authors proposed a smooth transition from the first semester to the second semester, and also considered learning contents. This report show a result of analysis of examinations at the second semester in the last school year, and report the above action and results at the first semester of this year. Furthermore, the authors will express a perspective to the next semester.

Keywords: Statics Classes, Probability classes, Connections of Classes.

### 1. 序

本稿では、筆者らが2013年度後学期に担当をしていた統計・確率科目の授業における試験（理解度）結果の分析と、第一筆者が2014年度前学期に担当をしていた統計を含む内容の授業の課題・レポートでの取り組みおよびその結果について述べたい。また、2013年度の試験結果の分析について、すでに第二筆者が発表を行っている<sup>1)</sup>が、新たな分析結果も加えてここで述べたい。

2013年度に筆者らが共通して担当をしていた科目について分析・考察を行っていたため、統計・確率科目に重点を置いて述べたいと思う。しかし、第一筆者が他の科目においても同様に行っていた取り組みもあるので、該当箇所については広く述べる。

## 2. 現代の大学教育

現代の大学が抱える問題、社会が大学卒業者に対して要求すること、およびそれらを踏まえた上で大学が取り組むべき教育について、山岡氏<sup>2)</sup>の序文、目的において簡潔かつ要領よくまとめられている。筆者等もそれに同感であり、ここに簡潔に引用するとともに筆者の意見も加えて述べておきたい。

学生の「学力低下」、「理数離れ」が1990年代から叫ばれるようになり、高等教育改革の流れが大きくなってきた。さらに、2000年代初頭に、国公立大学の独立行政法人化に伴い、全国の大学が各々の大学特性を意識した教育改革を、全学的な取り組みとして推進してきた。学部教育の目標について改めて議論され、その中から大学生が卒業時に身につけるべき「学士力」、社会で活躍するための「ジェネリックスキル」が取り上げられることとなった。「学士力」、「ジェネリックスキル」という概念は、「知識・技能」とそれらを活用する「汎用性技能」、さらにチームワーキングで必要となる「態度・志向性」を備えた人間性、課題設定から遂行・解決までを視野に入れた「総合的な学習経験と創造的思考力」といった、幅広い人間力が意識されている。

教育改革が明確に意識されてきた20年と、日本経済で叫ばれている「失われた20年」との年代が符合しており、大学卒業者に対して様々な能力が求められるようになったことは、広くとらえれば日本経済を支えるための「即戦力」を求める社会情勢を表しているように思われる。また、山岡氏は工学基礎科目として求められる数学教育と題して以下を列挙している。

- ・専門課程で必要とされる基礎数学における計算力。
- ・諸科学や産業技術における共通言語としての数学的表記・表現。
- ・科学的活動に必要な論理的思考力や抽象的思考法。
- ・初等中等教育段階の基礎事項のリメディアル教育。
- ・大学数学への導入教育。

工学基礎科目を目的として、と書かれているが、様々な分野での教育に通用する重要な事項を述べておられる。

以上は山岡氏の言葉を拝借したものを、加筆修正し筆者がまとめたものであるが、これにより現代の大学教育の目的、大学教育に対する要求を端的に知ることができるであろう。これらのことを念頭に置きながら教育を進めてゆくべきである。

## 3. 動機

金沢工業大学（以降、本学と記す）では、数学の初年次授業において、数学がどのように科学や技術で用いられているかを示すため、分野の融合を目指した科目設定を行い、そのための教科書作成など学生の学習意欲を高めるための取り組みを数多く行っている。よく知られているように、数学は、職人のような日々の積み重ね、研鑽が必要であるとともに、数式や証明を使わざるを得ないという学問特性を持っている。このような状況の中で、大学生生活4年間という期間の中で、本学学生に対して「知識・技能」、「汎用性技能」を持たせるための数学教育に向けて、筆者らは「重要単元・項目」の抽出に向けた調査を行っている。大風呂敷を承知で述べれば、真に押さえておくべき単元・項目（後述の重要単元・項目）を見出すことを目的としている。通例、大学数学の基礎科目は、「微分積分学」、「線形代数学」とされており、ほぼすべての数学分野はこの二つの理論を基礎として展開される。したがってこれら2科目をしっかりと学ぶことが最もよいことには異論がないであろう。しかし、現実には上記の基礎2科目を論理的順序に沿って教員が教えることは、時間的余裕の面からも不可能に近い。筆者らは、「重要単元・項目」を、その単元の学習習熟度が基礎となり、他の単元の理解を助ける「単元・項目」と設定し、重点的に学習すべき内容を探求したいと考えてきた。この探求により、積み重ねが必要である数学系科目の、学習習熟度が加速されることを期待している。また、当然「重要単元・項目」における教授法も議

論されるべきことである。

本稿ではその前段階として、本学で行った統計学の授業を例にとり、どの単元・項目の理解度が高く、また教育過程で得点率がどのように変化をしたかについての調査結果を述べる。この調査結果を踏まえ、課題、レポートで行った取り組みとそのアンケート結果を紹介する。最後に、科目の接続に向けた展望を述べる。

## 4. 2013 年度後学期統計学の授業結果

### 4.1 試験での各単元比較

本節の内容は既に第二筆者<sup>2)</sup>が講演をしているので、目的と大まかな結果、および結びのみを述べる。本学では、後学期に「A 学部」「B 学部」に向けて統計学の授業がある。A 学部は入試科目に必ずしも数学を必要とせず、また前学期に統計の初歩を学ぶ必修科目がある（後述の情報関連科目）。筆者らは 2013 年度後学期に、それら 2 学部の学生合計 201 名（A 学部 148 名、B 学部 53 名）を対象に、統計学の単元ごとの試験時の得点率の割合を調べ、教育課程においてそれがどのように変化をしていったかについて調査をした。この科目では、後学期中に小テスト 1、小テスト 2、期末試験の合計 3 回の試験を行う。小テスト 1 と小テスト 2 とでは範囲に重なりはなく、期末試験は後学期の内容すべてを範囲としている。したがって、小テスト 1 と期末試験、小テスト 2 と期末試験、という組を比較することにより、単元ごとの試験の得点率の推移をみることができる。また、各々の試験の直前には総復習の時間を設けており、試験の内容について問題を解いている。得点推移を調べた単元は以下 5 つである。

- ・有効数字（小テスト 1、期末試験）
- ・SI 単位と科学的表記法（小テスト 1、期末試験）
- ・度数分布とヒストグラム（小テスト 1、期末試験）
- ・確率変数と確率分布（小テスト 2、期末試験）
- ・正規分布（小テスト 2、期末試験）

また、小テスト 1, 2 で扱われない内容として、2 変数の関係があり、期末試験における得点率のみを集計した。

### 4.2 単元別の試験得点率比較

図 1 は、「度数分布とヒストグラム」の小テスト 1 と期末試験との単元別得点率の比較結果である。小テスト 1 のときには平均得点率約 60%であったものが、期末試験では約 84%までに上昇している。時間を経ることによる学習効果が確かめられた。

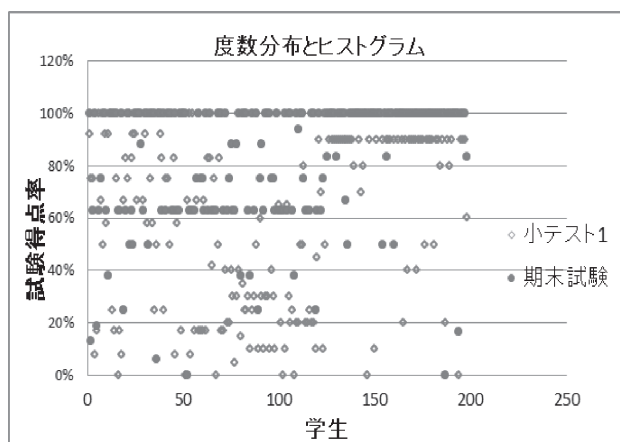


図 1 「度数分布とヒストグラム」での小テスト 1 と期末試験との比較

一方、小テスト2と期末試験での各単元での得点率に関しては、総体としては顕著な差が見られなかった。これは学習内容の定着が十分でないことを示している。また、2変数の関係について、各々の変数に関する平均、分散などは1変量で扱っていたこともあり、期末試験での平均得点率はこれに関しては約80%と学習内容の定着度が高くなっていた(表1)。しかし、共分散、相関係数、回帰直線などの単元では平均得点率約29.5%と低く、理解度の低さを浮き彫りにしている。これは試験直前に学ぶ内容であることとも関係しているように思われる。

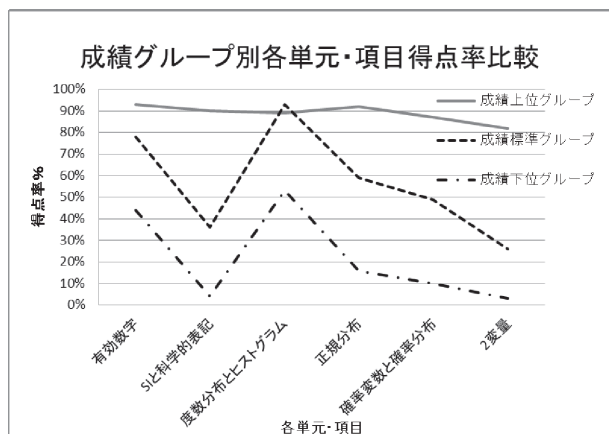
**表1 度数分布・ヒストグラムの平均得点率推移と平均・分散・2変量の得点率**

平均得点率	度数分布表・ヒストグラム	平均・分散	2変量統計
小テスト1	60.4	-	-
期末試験	83.6	80.0	29.5

総括として、(1) 教員が学生の理解度を十分に把握すること、(2) 演習などでは学生に解かせるだけでなく、やってみせ理解の定着を図ること、(3) 試験間際の内容でも時間をかけて教えること、というプロセスが、得点率の高い単元を生み出していくように考えられる。

最後に、この結果を見て筆者が感じたことを述べたい。統計における度数分布表・ヒストグラム、平均・分散の単元は最終的に平均得点率が80%を超え、よく理解できていることを示していた。しかし、類似する内容と考えられる、有限離散確率については得点率の上昇は見られなかった。統計の基礎と確率の基礎をうまく結びつける方法を考えるべきである。

次の図2は、得点率によって受講生全体を、成績上位(得点率85%以上の学生)、中位(平均得点率が73.2%より得点率70%~76%の学生)、下位(得点率33%以下の学生)の3つのグループに分け、それぞれのグループの単元別平均得点率を調べた。上位グループでは、すべての単元で平均得点率が80%を超えており、単元による大きな差は見られない。中位、下位グループについては、「SIと科学的表記法」、「確率変数と確率分布」、「正規分布」、「2変数の関係」の単元で大きな得点率の落ち込みが確かめられた。これらの単元に共通して言えることは、定義自体が非常に数学的、理科的なものである、ということであろう。特に、統計、確率では、和の記号シグマが頻出するため、シグマの理解が弱い学生にはもちろん、既修者に対しても徹底的に理解をさせる必要がある。このことは、筆者らの独自の考えではないが、この度の調査によって再認識をさせられた。「重要単元・項目」の一つであろう。



**図2 成績グループ別の各単元・項目得点率比較**



## 5. 2014 年度前学期情報関連科目

第一筆者は、2014 年度前学期に本学で開講されている A 学部生向け（1 クラス 59 人）の情報関連科目を担当した。この科目では、コンピュータに関する数学の基礎と、Excel などを用いて統計の基礎を学ぶ。当該学期に学ぶ統計の内容は、度数分布表、ヒストグラム、平均、分散、共分散、相関係数、散布図、回帰直線、およびこれらの Excel での処理である。ただし、2013 年度前学期では、2 変量の関係の学習は行っていなかった。比較のために 2013 年度後学期の統計科目における結果を再録しておく。

- ・度数分布表・ヒストグラム・平均・分散の得点率は期末試験までに 80%までに上った。
- ・（有限）確率変数・確率分布の得点率は上昇が確かめられなかった。
- ・2 変量の関係の得点率は 30%未満と低い結果であった。

第一に挙げている統計初歩の学習内容についてよく理解できているといえる状態であったが、類似性をもつ確率変数・確率分布について結果は芳しいものではなかった。実際に、類似性を持つものが理解しやすいというわけではない。また、統計初歩の得点率の高さは、計算はできるが内容を理解していないととることができる。筆者はこの科目のレポート課題で、以下の設問を準備した。

- 問 1. 授業中での Excel 学習をまとめたもの。
- 問 2. 階級、階級値、相対度数のみが表示されている度数分布表から、平均やもっとも度数の大きな部分を求める。
- 問 3. 1 変量のデータを自分で収集し、度数分布表・ヒストグラム・平均・分散を求め、データの傾向について意見を述べる。
- 問 4. 2 変量のデータを自分で収集し、平均・分散・共分散・相関係数・散布図・回帰直線を求め、データの傾向についての意見を述べる。
- 問 5. どのようなデータでも構わないので、Excel に搭載されている集計用グラフを 5 つ作成し、比較する。

問 1、問 3、問 4 については筆者以外の担当者たちも行っていたようである。ここでは問 2、問 5 のねらいを述べる。

問 2 のねらい。この問題は、学習内容にある言葉で設問されているが、授業の内容をはみ出しているものである。度数分布表・ヒストグラムは後学期の統計科目で得点率の高い単元であったことから、より深い理解を目指し、また後学期の内容を先取りして触れさせることを目標とした。

問 5 のねらい。後学期の統計科目において得点率の高い度数分布表などについて、単に解答はできるが内容はあまり理解できていない学生の存在が考えられる。ヒストグラム以外のグラフを見ることにより理解が進む可能性を考え、学生たちのデータ処理に対する理解の落としどころを作ることを目標とした。

レポート課題、問 5 では解答者にグラフに関する感想を書いてもらった。授業で用いて既に学習していたためか、通常ヒストグラムが最もわかりやすいと答えた学生が見られた。また、データの種類のグラフを使い分けることにより、効果的に理解できるといった意見も見られた。問 5 を通じて、データの理解に対する落としどころを持ってくれることを期待する。ただ、問 5 を選択問題としてしまったため、解答率が約 40%であったことが悔やまれる。

レポート課題の提出と同時に、各設問についてどのように考えるかアンケートを実施した。回答数は33、回収率は約63%であった。内容は以下のものである。

**評価点：**1を全く分からない、3を普通とし、5をよく分かっている、という意味で、以下の評価点を設定した。

1 思わない、2 あまり思わない、3 どちらでもない、4 そう思う、5 強くそう思う

**アンケート内容：**

- (1) 1変量のデータに対して、階級、階級値、度数がどのようなものかわかりましたか？
- (2) 1変量のデータに対して、相対度数、累積度数、累積相対度数がどのようなものかわかりましたか？
- (3) データの平均、分散がどのようなものかわかりましたか？
- (4) 2変量のデータに対して、共分散、相関係数がどのようなものかわかりましたか？
- (5) 2変量のデータに対して、散布図、回帰直線がどのようなものかわかりましたか？
- (6) データに対し、ヒストグラムなどによって、より理解が進みましたか？

各設問における4と5の回答比率を合わせたものが次の表である。

**表2 4と5の回答比率**

設問	1	2	3	4	5	6
<b>4,5の回答比率</b>	0.82	0.73	0.67	0.61	0.61	0.88

本アンケートのねらいは、

- ・度数、相対度数が何であるかの理解度の調査。
- ・前学期における平均、分散、共分散、相関係数、散布図、回帰直線の理解度の調査。
- ・統計データの図表による視覚的理解度の調査。

であり、後学期に開講される統計科目への接続に向けて、学生の理解度の自己評価を知ることである。

設問1と6における4と5の回答比率はともに8割を超えており、単純にデータを整理し、図表にまとめる内容について学生自身もよく理解できていると回答している。特に設問6、グラフによってデータの理解ができた、で4と5を回答した学生の比率は88%であり、筆者のねらいの一つである「データ処理の理解の落としどころ」は回答をした多くの学生が持っていることを表している。

統計の学習内容から確率の学習内容への移行について、統計の側で理解をしておいてほしい項目は「相対度数」、「累積相対度数」である。設問3での4と5の回答比率は約73%であり、低くはないが高くもないといった結果である。後学期に入念に復習をすべき単元であろう。レポートの間2、ユーザーとしての度数分布表、相対度数と確率との類似性、での取り組みが後学期に生かされることを期待する。

2013年度後学期の統計科目で最終的に得点率が高くなった平均・分散について、前学期の学生たちの理解度を知りたく思い、設問3を用意した。結果として4と5の回答比率は約67%であり、したがって回答をした学生の内約33%は、理解できているとは言えないという結果である。2013年度の高い得点率が、理解できていたためなのか、それともただ計算ができるようになっただけなのか、後学期に再度同様なアンケートを実施し、明らかにしたい。

2013年度後学期の結果でもっとも得点率が低かった2変量の関係について、前学期の回答をした学生

の自己判断でも理解度は高いとは言えない結果となった。2013年度後学期の分析で述べたように、平均・分散・共分散・相関係数などは定義が和の記号シグマで与えられており、数学を不得手とする学生にとってなじみ辛いことを表しているように思われる。簡単な例から始めて、時間をかけて教えるべき單元であろう。平均・分散と合わせると、回答をした学生の内、3割強が数学、特にシグマの扱いを不得手としていることを表しているように考えられる。これは2013年度の結果とも符合している。シグマの学習の重要さが本調査によって再度確認されたように考える。統計、確率科目における「重要單元・項目」は「和、シグマ」と言えるかもしれない。

最後に、後学期の統計科目への接続に向けた展望を述べたい。これまでに幾度か書いてきたが、統計データの度数分布表、とくに相対度数は、有限離散確率と類似する概念といえる。前学期授業開始時に、筆者は得点率の高かった度数分布表・ヒストグラムの理解を、確率単元の理解へつなげることができないか、と考え、レポート課題で少々先取りをした内容を出题した。さらに、後学期の統計科目の教科書に、度数分布表と確率の表との類似性を解説する章を付け加えた。これがどのような結果をもたらすかは後学期を終えるのを待つほかないが、学生が確率単元を少しでも身近に感じられるようになることを望む。また、レポート課題の設定方法、アンケートの回収方法など改善すべき点があった。後学期では効果的に行いたいと思う。

## 6. 最後に

2014年度前学期の情報関連科目のみで行った取り組みではないため、節を改めて述べる。第一筆者は今学期、担当をするすべての科目において、毎回の授業で宿題を課した。そして、宿題は何度でも再提出可能であり、努力を続ければ誰でも宿題で満点が取れるようにした。どのクラスでも、何度も再提出をする学生が少なくなく、日々の課題の重要性を再確認させられた。授業評価アンケートにおいて、授業がわかりやすかったとの意見が多く見られたが、これは宿題に対してあきらめず取り組んだ学生が多くおり、自らの努力によって学習内容をより理解できたことを示しているように考えられる。2014年度前学期に施行した宿題再提出許可の結果として、紙面のやり取りではあったが、学生を伸ばすためには教員が何らかのかたちで付き合っていくことが重要であることを改めて、そして強く認識をさせられた。また、宿題の得点と、最終成績の相関をとって見たところ、相関係数は0.76であり、高い正の相関がみられた。今後も宿題のやり取りなどを通じて、学生と時間をかけて付き合っていきたいと思う。

## 参考文献

- 1) 堤 厚博, 藤井 俊: 数学教育における重要單元・項目抽出の試み—初年次生の統計学における理解度調査—, 日本工学教育協会, 平成26年度工学教育研究講演会, 講演論文集, pp.56-57.
- 2) 山岡 英孝: 工学基礎科目における教育の工夫—数理の思考力を育成するレポート課題の試み—, KIT Progress, No. 21, pp.115-127, 2014.

[受理 平成26年9月24日]



藤井 俊  
講師  
基礎教育部  
数理工教育研究センター



堤 厚博  
教授  
基礎教育部  
数理工教育研究センター

