

必勝法の数理とそれを実現するコンピューター技術 Mathematics and Implementation Techniques of Winning Strategy

堀田 英一, 工藤 知草, 河津 祐之介, 上江洲 弘明, 谷口 哲也
Eiichi HORITA, Tomoshige KUDO, Yunosuke KAWAZU,
Hiroaki UESU, Tetsuya TANIGUCHI

数理工教育研究センター主催の 2019 年度 KIT 数理講座において, 三目並べ, 将棋, オセロ等の有限二人完全情報零和ゲームに対する必勝法の数理とそれを実現するコンピューター技術について紹介した事例について報告する.

講座においては, 以下の活動を実施した. (1)必勝法の存在を判定し, 存在する場合にはその実現アルゴリズムを与えるツェルメロの定理について説明し, 簡単なゲーム例について手計算により確認した. (2)それをコンピューター・プログラム上で実現するためのキーとなる技術について紹介し, PC 上で実際に動作させて結果を確認した. 本稿では, これらの実施結果について報告する.

キーワード: 必勝法, ゲーム, プログラミング

We report the case study of KIT's mathematics course (of 2019) hosted by the Math and Science Education Research Center. In this course we introduces the mathematics of the winning strategy for finite 2-player perfect information zero-sum games such as tic-tac-toe, shogi, and Othello, also introducing techniques for implementing the strategy as a computer program.

The following activities were carried out in the course. (1) We decided the existence or nonexistence of a winning strategy for a variant of tic-tac-toe, and explained the Zermelo's theorem that gives an algorithm of a winning strategy when it exists. (2) We introduced the key techniques for implementing a winning strategy as a computer program and tried them on PCs. We report on the results of these activities.

Keywords: winning strategy, game, programming

1. はじめに

数理工教育研究センター主催の 2019 年度 KIT 数理講座は 2019 年 7 月 13 日に開催された. 参加者は, 石川県内の高校から 46 名(1 年生 5 名, 2 年生 39 名, 3 年生 2 名)で, 午前のセッションと午後のセッションで半数ずつ対応した. 90 分間の各セッションでは, 原則 4 人からなるグループを構成し, グループ単位で必勝法に関する作業課題を実施した.

本講座においては, 三目並べや, 将棋, オセロ等の有限二人完全情報零和ゲームに対する必勝法の数理とそれを実現するコンピューター技術について紹介した. 具体的には以下の活動を実施した. (1)必勝法の存在を判定し, 存在する場合にはその実現アルゴリズムを与えるツェルメロの定理について説明し, 簡単なゲーム例について手計算により確認した. (2)それをコンピューター・プログラム上で実現するた

めのキーとなる技術について紹介し、PC上で実際に動作させて結果を確認した。

オセロや将棋などの二人で対戦し相互に動作し有限回のステップで終わるようなゲームを有限二人完全情報ゼロ和ゲームと呼ぶ。このような対戦型ゲームについては、以下の3つの可能性の何れかが成り立つことが数学的に証明されている¹⁾。(1)先手必勝、(2)後手必勝、(3)両者が最適な指手のみを選択し続ければ引分、間違えると負け。これがゲームに関するツェルメロの定理である²⁾。

まずツェルメロの定理について数学的に説明し(第2章)、続いて三目並べの簡単化バリエーションにおいて、ツェルメロの定理を基礎にして必勝手順を導く作業課題を実施した(第3章)。これにより必勝法の数理を理解することを目指した。

三目並べ・四目並べ・盤面縮小版オセロ等について、ゲームの型を判定したり必勝法を実現するため本講座で使ったプログラムは、金沢工業大学情報工学科の2年生向けのプログラミングの授業で用いたものがベースとなっている³⁾。このたび、色々な設定に対応できるように拡張し、また準備や予備知識がなくとも受講生が迷わずに使えるようユーザー・インタフェースの改善を図った。参加者毎に、上記のプログラムを実行できるPCを用意し、講座の中で使用可能とした。

1. 1 これまでの研究の歴史

作業に入るまえに、ツェルメロの定理を基礎として、対戦型盤面ゲームをコンピューターにより実行する研究がどのように発展してきたか、概要を紹介した。この分野の研究は2つの方向に発展してきた。

(1) 必勝法を実現する方向。ゲームが複雑過ぎて、コンピューターで必勝法の実現が困難な場合には、盤面を縮小する等して元のゲームを簡単化したバージョンを扱う場合もある。

(2) 強いプログラムを実現する方向。まず必勝法を目指すか、複雑過ぎて実現が困難な場合には、統計的な評価法やAI的手法等を利用して、必勝でないまでも強いプログラムを実現しようとする方向。

それぞれの方向で大きな発展が実現されてきた。この講座では主に上記(1)の方向を扱うこととした。第1の方向——必勝法を実現する方向

(a) 1993年、6×6盤面のオセロは、後手必勝型であることが解明される。

(b) 1994年、15×15盤面の五目並べは、先手必勝型であることが解明される。

(c) 2007年、8×8盤面で行う盤面ゲームの一種であるチェッカーが、引分型であることが解明される⁴⁾。

人間同士でよくプレーされるチェッカーが引分型と解明されたことは大きな出来事である。

第2の方向——強いプログラムを実現する方向

(a) 1997年、チェスにおいて、ソフトウェア Deep Blue がカスパロフに2勝1敗3分で勝ち越し。

(b) 1997年、オセロにおいて、ソフトウェア Gistello が世界チャンピオンに6戦6勝。

(c) 2016年、将棋において、ソフトウェア Ponanza が名人に2戦2勝。

(d) 2016年、囲碁において、ソフトウェア AlphaGo がイ・セドルに4勝1敗で勝ち越し⁵⁾。

強いソフトウェアを実現して多くの相手に勝利しても必勝法を実現している訳ではない。ある時点の状況、例えば指し手の研究レベル等で強いということであり、状況が変われば対戦における強さも変わる可能性がある。第2の方向では、理論的な結果の確立より、可能な手法を組合せて実際の対戦で勝つことが目的となる。

2. 必勝法の数理——ツェルメロの定理

ツェルメロ(Ernst Zermelo, 1871--1953)は、公理的集合論の創始者とされているドイツの数学者である。ツェルメロの仕事は、日常用語で、ときには曖昧に論じられてきた問題を、曖昧性がないように数学的に定式化し、それを基礎に研究を進めるという特徴を持つ。集合論において、またゲーム理論におけるツェルメロの定理においてもこの特徴が表れている。このことは、コンピューターで問題を扱う場合にも重要である。

2. 1 用語と枠組みの準備

有限二人完全情報ゼロ和ゲームというのは次の意味である。まず二人ゲームというのは、言葉通り二人で対戦するゲームということであり、有限というのは、どのようなゲーム展開でも必ず有限回の指し手の後、終了するということである。完全情報というのは、ゲームの進行に関する情報が対戦者の両方に開示されているということである。ゼロ和ゲームというのは、ゲームの勝ち点を数値で表現したとき、先手と後手の勝ち点の合計がゼロになるということである。単純なゲームでは、勝った方の勝ち点を 1 とし、負けた方の勝ち点を -1 とする。また引分のときは、両者の勝ち点を 0 とする。この結果、両者の勝ち点の合計は 0 となる。

上記に加えて、相互に手を指すという前提条件がある。ツェルメロの定理は、必勝法が存在するか否かを判定し、必勝手順が存在する場合、その手順の定義を与える。

この手順は原理的に実行可能である。しかし、どれくらい時間が必要かはゲームの種類毎に様々である。コンピューターで容易に実行できる場合もあれば、とても無理な場合もある。

親局面と子局面の関係：局面とは、盤面情報、即ち盤面の石の配置と、手番情報、即ち先手が指す先手の手番か後手が指す後手の手番かの識別を合わせたものである。ある局面に空マスがあるとき、1つの空マスに自分の石(先手の手番のとき黒石、後手の手番のとき白石)を配置して構成した新しい局面を、元の局面の子局面と言い、元の局面を親局面と言う。

ゲーム木と判定付きゲーム木：ゲーム木というのは、ゲーム展開の可能性を網羅して木構造として表現したものである。ゲーム木に現れる局面に、黒の必勝、白の必勝、引分という 3 つの中の 1 つの判定結果を付けたものを判定付きゲーム木と呼ぶ。

勝敗決定の 1 手前倒し：1 つの親局面の全ての子局面の勝敗が決定しているとする。このとき、その親局面の勝敗を決定できる。奇数手目で先手が手を打つ局面の場合、子局面で 1 つでも先手の勝ちがあれば、先手はその子局面に進む手を選択すればよいので、親局面は先手の勝ちと決定する。子局面に、先手の勝ちがなく、引分があれば親局面は引分と決定する。子局面に、先手の勝ちも引分もなければ後手の勝ちと決定する。偶数手目で後手が手を打つ局面の場合も同様に決定できる。

2. 1. 1 勝敗決定の手順

終了局面の勝敗決定を元に、1 手前倒しを繰り返して、開始局面の勝敗決定を実現できる。手順は以下の通り。(1)終了局面の勝敗決定。(2)勝敗決定の 1 手前倒しの繰り返し。(3)開始局面の勝敗決定。

この結果、開始局面における勝敗が、次の何れかに定まる。先手の勝ち、後手の勝ち、引分。

この手順を、少し数学的に表現すると以下ようになる。整数 n をゲームの最大の手数(ゲーム木の深さ)とする。ゲーム木に現れる各局面 σ についてゲーム木における深さを $d(\sigma)$ と表す($1 \leq d(\sigma) \leq n$)。

(1) n 手目の局面は全て終了局面であり、勝敗が定まる。

(2) $(n-1)$ 手目の局面 σ を考える。 σ が終了局面の場合は勝敗が定まる。 σ が終了局面でなければ、 σ の子局面は、全て n 手目の局面であり上記(1)から勝敗が定まる。よって勝敗決定の 1 手前倒しにより σ の勝敗が定まる。

(3) この前倒し操作を、 $(n-2)$ 手目、 $(n-3)$ 手目、..., 2 手目、1 手目、と繰り返し、1 手目の勝敗決定を実現できる。この論法は、数学的には $d(\sigma)$ についての数学的帰納法である。ただし $d(\sigma)=n$ の場合を帰納法の基礎とし、 $d(\sigma)$ を減少させる方向に進む方式である。

勝敗決定の結果、即ち 1 手目の勝敗判定が先手の勝ちならば先手必勝型、後手の勝ちならば後手必勝型、引分ならば引分型と分類される。

2. 1. 2 ゲームに関するツェルメロの定理

ツェルメロの定理は、勝敗判定付きゲーム木による必勝法の実現を定理としたものである。

先手必勝型の場合には、先手は現れる各々の局面において先手の勝ち局面を選んでいけば、最終的に

先手の勝利となる．後手必勝型の場合には，後手は現れる各々の局面において後手の勝ち局面を選んでいけば，最終的に後手の勝利となる．引分型の場合には，両者とも，現れる各々の局面において引分の局面を選んでいけば，最終的に引分となる．

2. 1. 3 2×2 マス埋めゲームに対する判定付きゲーム木作成の例

実際に判定付きゲーム木を構成できるゲーム例として2×2 マス埋めゲームを考える．ルールは次の通りである．2×2 盤面に，先手と後手が交互に石を置く．1 個置くこと，および縦横並びに 2 個同時に置くことが可能である．自分の番になって石を置けなければ，その人の負けとなる．言い換えれば，自分の番で，1 個以上の石を置いて全マス埋めれば，その人の勝ちとなる．場合の数を少なくするために，盤の中心を軸とした回転と，裏返しにより重ねることができる 2 つの盤面は同一視する．

ゲーム理論では結果を数値で表現するのが普通であり，判定結果を記録するにも便利である．次のように数値による表現の約束をする．先手の勝ちを 1，後手の勝ちを-1，引分は 0 とする．図 1 のような判定付きゲーム木が構成され，このゲームは後手必勝型であることが分かる．

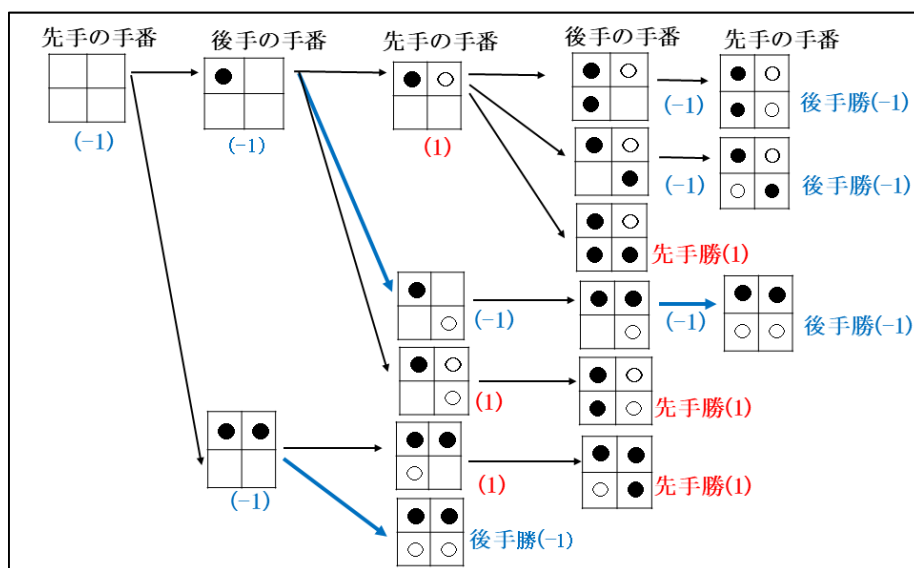


図 1 2×2 マス埋めゲームの判定付きゲーム木

2. 1. 4 判定付きゲーム木を構成する際の手順

先手の勝ちを 1，後手の勝ちを-1，引分を 0 と数値化して表現するとき，勝敗決定の結果を勝敗値とよぶ．このとき，1 手前倒しの処理は，次のように最大値の選択または最小値の選択の処理となる．

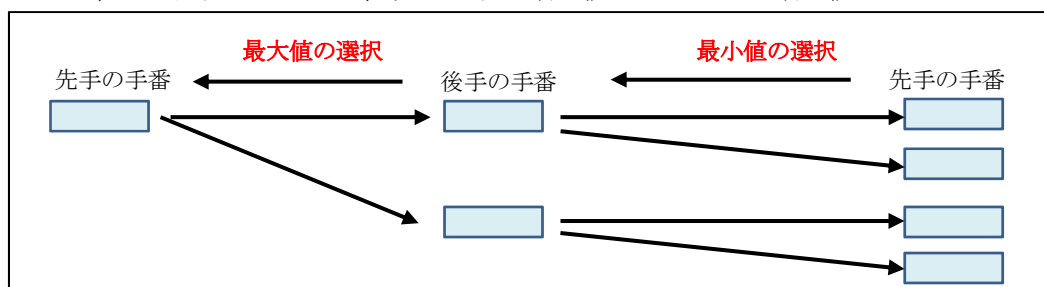


図 2 Minimax 手順

親局面が先手が指す局面の場合，即ち先手の手番のときには，子局面の勝敗値の最大値を，親局面の勝敗値とする．これを最大値の選択の処理という．親局面が後手が指す局面の場合，即ち後手の手番のときには，子局面の勝敗値の最小値を，親局面の勝敗値とする．これを最小値の選択の処理という．

以上の処理により，判定付きゲーム木の構成は，最小値の選択と最大値の選択を繰り返す処理となり，

minimax 手順と呼ばれる(図 2).

3. 三目並べを題材とした作業課題

三目並べは, 最も簡単な対戦型盤面ゲームであり, 展開の場合の数も約 36 万(≈ 9 の階乗)程度であり, 現在のコンピューターを使えば, 必勝法を容易に実行できる. 三目並べについて, 制限された状況でツェルメロの定理が成り立つことを確認する課題を行い, 必勝法の原理を理解することを目指した. 具体的には, 参加者による作業活動として, 三目並べを題材として判定付きゲーム木の作成を行った.

三目並べは, 3×3 の盤面で, 各々の対戦者(先手あるいは後手)が自分の石を, 先に 3 つ並べることを競うゲームである. 実際に石を置いてゲームをする場合には, 先手が黒石●を使い, 後手が白石○を使う. この約束はオセロや囲碁と同じである.

3. 1 判定付きゲーム木作成のための作業シート

作業シートの目的は, 三目並べにおける判定付きゲーム木を作ることである. 図 3 は, 用意した 4 つの作業シートの 1 つである. 勝敗判断の結果は数値化して, 黒の勝ちを 1, 白の勝ちを -1, 引分を 0 で表現する.

残りの 4 つ空きマスがあり, 白が石を置く局面とする. この局面で, 白の必勝局面か, 引分局面か, あるいは黒の必勝局面かをツェルメロのやり方を使って確かめてみる課題を設定した. もし白の必勝局面であれば, どこに白石をおくのがよいかも決める必要がある. 空マスには, 図 3 の左上の盤面のように 1~4 の番号を付けておく.

白石, 黒石, 白石, 黒石の順に置いていく. 置き方は, 1, 2, 3, 4 の順列に対応するので, $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 通りある. 但し, 残り 4 つの石を置く前に, 勝敗が決まれば, その後を続けてはいけない. 最初の白石を置く場所が 4 つあり, その各々に対応して 6 通りの順列が定まる. 1→2→3 で止まっているのは, ここで勝敗が決まるからである.

判定付きゲーム木を作成するためには, まず終了局面の石の配置を決め勝敗を定める. 黒の勝ちを 1, 白の勝ちを -1, 引分を 0 とする. 黒が石を置く局面に向け最大値の選択により勝敗を決定し, 白が石を置く局面に向け最小値の選択により勝敗を決定する.

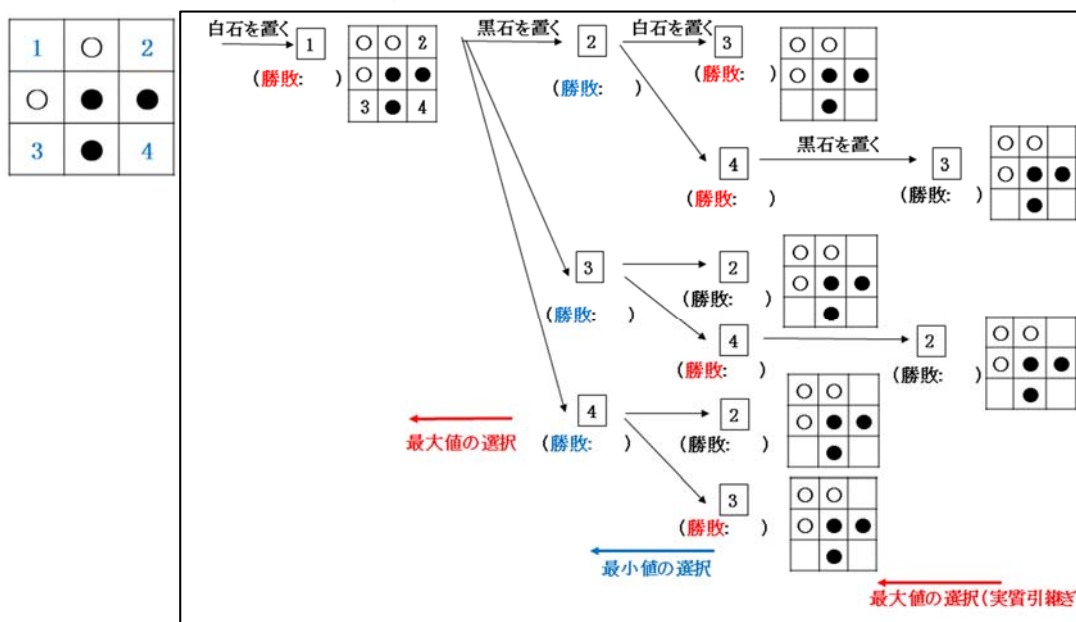


図 3 判定付きゲーム木作成のための作業シートの例

3. 2 グループの作業のまとめ

三目並べにおいて5手目までの指し手を、図3の左上の盤面になるように前もって指定し、第6手目を、4つの空きマスの中のどこに置くかにより、作業シート1から作業シート4までを用意した。4～5人からなる各グループでは、手分けをして4つの作業シートを完成させた。次に、各グループで4つのシートの結果をまとめ、図3の左上の白の手番の局面における最適な指し手を決定した。結果は白の必勝局面であることが判明する。この局面をゲームの初期局面とした場合の必勝法が、判定付きゲーム木の構成により導かれたということになる。

構成した判定付きゲーム木は小さなものであるが、同種のゲームについては原理的に同じ方法で判定付きゲーム木を構成することができる。それにより、必勝の局面であれば必勝法を導きだすことが出来る。

4. 一般化三目並べについてのクイズ

三目並べ、及び三目並べをベースとしてルールを変更した幾つかのゲームについて、以下の表1、表2に示すようなクイズを出題し回答してもらった。正解は、後でコンピューターで実行するすることにより提示した。

表1 クイズ予想表1

番号	問題	予想	解答確認
1	3×3盤面で二目並べをするゲームの型は?	1. 先手必勝型 2. 後手必勝型 3. 引分型	
2	1番のゲームを元に、 勝敗判定を逆転 したゲームの型は?	1. 先手必勝型 2. 後手必勝型 3. 引分型	
3	あるゲームが先手必勝型のとき、 勝敗判定を逆転 すると後手必勝型となるか?	1. Yes. 2. No.	

これで
黒の勝ち



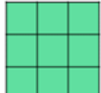
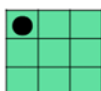
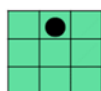
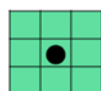
これで
白の勝ち



三目並べや五目並べのようなゲームは、領域拡大が単調で有利な盤面ゲームと分類される。これは次の意味である。プレイヤー ρ と ρ' が対戦する場合、 ρ に属する石と、 ρ' に属する石が区別されており、 ρ に属する石が置かれた範囲を ρ の領域と呼ぶことにする。領域拡大が単調で有利というのは、 ρ の領域は拡大するのみで減少することではなく、拡大すれば ρ にとって有利であり、 ρ' についても同様ということである。

表2 クイズ予想表2

番号	問題	予想	解答確認
1	三目並べ：盤中央に黒石を置いて初期盤面とする場合	1. 黒の必勝型 2. 白の必勝型 3. 引分型	
2	三目並べ：辺中央に黒石を置いて初期盤面とする場合	1. 黒の必勝型 2. 白の必勝型 3. 引分型	
3	三目並べ：隅に黒石を置いて初期盤面とする場合	1. 黒の必勝型 2. 白の必勝型 3. 引分型	
4	三目並べ：通常の初期盤面	1. 黒の必勝型 2. 白の必勝型 3. 引分型	



領域拡大が単調で有利な盤面ゲームについては、後手必勝型はあり得ないことが証明できる。それでは、終了局面における勝敗判定を逆転するとどうなるだろうか。表1のクイズでは、このように勝敗判定を逆転した場合を扱った。

4. 1 PCによる判定つきゲーム木構成の確認

作業シートで判定つきゲーム木を構成する際には、ゲーム木を実際に構成した。これはメモリー上に木を構成することに対応し、深さが大きい場合に対応できない。コンピュータで minimax 手順を実行する場合には、1 手前倒しにより、子局面の情報が親局面に反映されたら、子局面をコンピュータのメモリーから除く。これにより、ある程度大きな木に対しても minimax 手順を実行可能となる。

この方法、即ち深さ優先探索では、木の深さを d 、枝分かれ数を w として、必要メモリーは $w \times d$ に比例する。ゲーム木を実際に構成する場合は必要メモリーは w^d となる。

4. 2 一般化三目並べについてのクイズの解答

表1のクイズについて：(1) 3×3 盤面で二目並べをするゲームの型は？ 答：先手必勝型。
 (2) 上記(1)のゲームを元に、勝敗判定を逆転したゲームの型は？ 答：後手必勝型。
 (3) あるゲームが先手必勝型のとき、勝敗判定を逆転すると後手必勝型となるか？ 但し、領域拡大が単調なゲームとする。(判定つきゲーム木の構成法を基礎に答えられるか?) 答：そうならない場合もある。例えば、勝敗判定を逆転した 4×4 盤の 2 目の横並べゲームは引分型である。

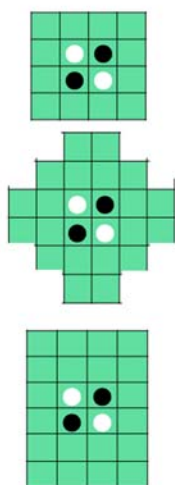
表2のクイズについて：(1) 三目並べ：盤中央に黒石を置いて初期盤面とする場合。答：引分型。
 (2) 三目並べ：辺中央に黒石を置いて初期盤面とする場合も同様。答：引分型。
 (3) 三目並べ：隅に黒石を置いて初期盤面とする場合も同様。答：引分型。
 (4) 最初に黒がどこに石をおいても引分型なのであるから、通常の初期盤面の三目並べについても以下の結果。答え：引分型。

5. オセロを題材とするゲーム型の予想と確認

作業シートで扱った三目並べは、領域拡大が単調で有利な盤面ゲームであり、後手必勝はあり得ないことが証明される。続いて、少し違う種類のゲーム、オセロを題材としてゲーム型を予想し確認する活動を行った。オセロは、領域拡大が単調で有利なゲームではない。オセロをしたことのある人は、途中で広い領域を確保して有利に見えたのに、結局、大部分が相手の領域になってしまい、負けたという経験があるだろう。

表3 クイズ予想表3

番号	問題	予想	解答確認
1	4×4盤面でオセロのゲーム型は？	1. 先手必勝型 2. 後手必勝型 3. 引分型	
2	4×4盤面を拡張した菱形盤面のオセロのゲーム型は？	1. 先手必勝型 2. 後手必勝型 3. 引分型	
3	4×4盤面を拡張した縦長盤面のオセロのゲーム型は？	1. 先手必勝型 2. 後手必勝型 3. 引分型	



最初に紹介したように、6×6 盤面のオセロは後手必勝であることが解明された。これを踏まえて、以下の3つの場合に、先手必勝、後手必勝、引分の何れであるかを予想する表3のクイズを出題した。

オセロについてのクイズに対して、用意したオセロ対戦プログラムにより、指定された初期盤面にて、先手後手ともに、最後まで読み切る方式の $\alpha\beta$ 手順により最適戦略を実行して結果を確認した。結果は下の図4の通りである。初期盤面の選び方により3つのゲーム型の全てが現れることが確認できた。

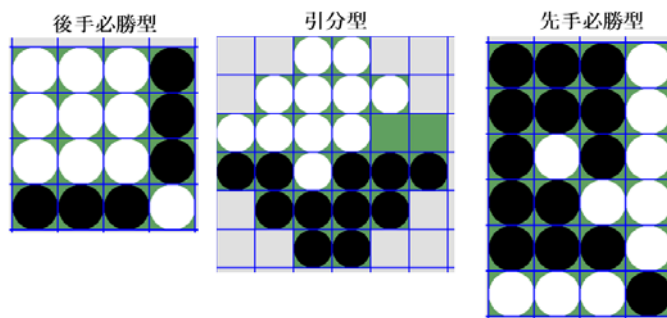


図4 オセロについてのクイズの答えの確認

6. 必勝法実現のための効率化の技術

ここまでは、最もよい指し手を選ぶための原理的な手順である minimax 手順を基礎として考えてきた。ある目的を実現するための計算手順で、有限時間で計算が終了し目的を実現するようなものをアルゴリズムと言う。minimax 手順はアルゴリズムである。しかしゲームの種類によって計算時間は非常に長いかもしれない。実際にコンピューター上で実行するためには、効率化の技術が重要であり、本講座においても、以下のような代表的効率化技術について紹介した。

minimax 手順は、原理的に最適手順を実現し、三目並べのような小さなゲームに対しては、そのまま動作させることができる。ここで最適手順というのは必勝法が存在する場合に必勝法を実現するという意味である。また小さなゲームというのはゲーム展開の筋道の総数が小さいということである。しかし、少し大きなゲームとなると、minimax 手順をそのまま動作させることは、とてもできない。

三目並べにおいては、ゲーム展開の筋道の総数は約 $3 \times 3 = 9$ の階乗であり、約 36 万通りである。1つの筋道のチェックに 1 ミリ秒かかるとすると、365 秒で全ての筋道のチェックができる。4×4 盤面の四目並べにおいては、ゲーム展開の筋道の総数は約 $4 \times 4 = 16$ の階乗であり、約 20 兆通りとなる。1つの筋道のチェックに 1 ミリ秒かかるとすると、全ての筋道のチェックには約 663 年かかることになる。

最適手順を与えるという性質を保ったまま、minimax 手順を効率化するためには、次の3つの方法が代表的で実際によく使われる⁶⁾。(1)ゲーム木の探索における無駄な枝の探索を省略するための $\alpha\beta$ 枝刈法。どのように無駄な枝を判定して省くかについては次に例示する。(2)多くのパターンを扱う計算において、一度扱ったパターンの計算結果を保存しておきその結果を再利用する手法を動的プログラミングと言い、これにより大きく効率化できる場合がある。(3)並列実行においては仕事を手分けてして複数のコンピューターで並列に実行し効率化する。

下の図5は $\alpha\beta$ 枝刈法を説明するものである。左側の最大値選択の手順の第1の項目として、勝敗値1が得られている。赤の破線の部分でどのような結果が得られても、勝敗値1より大きい値が得られる可能性はない。よって赤の破線の部分の探索は完全に省略可能となる。この場合は、勝敗値を1、-1、0に限定しているため、探索の省略基準が単純になっている。一般の勝ち点を考える場合には、省略判定のためのパラメータを導入する必要がある、いくらか複雑になる。木の探索における探索領域の省略を枝刈と言う。探索処理において一部の枝を刈ってしまうという考え方である。 $\alpha\beta$ 枝刈を適用した探索手順を $\alpha\beta$ 手順と言う。

$\alpha\beta$ 枝刈法がどれくらいの効率化をもたらすかは、ベースとなる minimax 手順が扱う木構造に依存する。最も効果的に働く場合、minimax 手順における探索の枝数の平均が N のとき、 $\alpha\beta$ 枝刈法によりその数が $N^{1/2}$ になると評価される。 $N=8$ のときには、深さ 16 まで探索する場合、約 1700 万倍($\div 8^{16}/(8^{1/2})^{16}=8^8$ 倍)の効率化と評価される。 $N=8$ は、四目並べのマス of 全数 16 の半分を探索の枝数の平均と見なしたものである。先に、minimax 手順による四目並べの計算時間を 663 年と見積もったが、 $\alpha\beta$ 枝刈法により 663 年/1700 万 $\div 1200$ 秒となり、実行可能な計算時間となる。

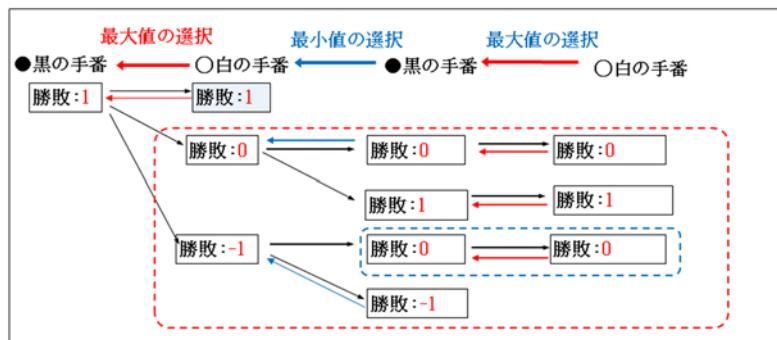


図5 三目並べにおける $\alpha\beta$ 手順の適用例

7. アンケートの分析

アンケートの質問は次の4つである。質問1：この講座を受講して数理の世界に興味をもてましたか？ 質問2：この講座を受講する前に必勝法について予備知識はどの程度もっていましたか？ 質問3：ディスカッションと実験を通して必勝法とコンピューター技術について理解は深まりましたか？ 質問4：講座と演習のレベルについてお尋ねします。

回答の集計は表4の通りである。講座の受講者およびアンケートの回答者は46名であった。質問3に対して「理解が深まった」及び「深まった」の合計が93%であり、受講者の評価は肯定的であったと言える。質問4については、「とてもやさしかった」と「やさしかった」の合計が65%であり、概ねやさしかったという評価である。第3章で述べた判定付きゲーム木を作成する課題が、概ねやさしかったことによると推測される。この課題を困難なく実行できるように工夫し準備したので、その成果と言えるだろう。自由記述のなかにも「必勝法やコンピューターについて理解が深まり良かった」というような意見が多くあった。さらにプログラミング的な要素を加えるなどして、少し難度を上げる余地があったかもしれない。自由記述の中に「実際のプログラム記述を見たかった」という意見があったのは、このことを示唆しているようである。

表4 アンケート集計

質問	A	B	C	D
1	とても興味を持てた: 16人, 35%	持てた: 26人, 57%	あまり持てなかった: 3人, 7%	持てなかった: 1人, 2%
2	ほとんど知っていた: 4人, 9%	少し知っていた: 11人, 24%	あまり知らなかった: 13人, 28%	ほとんど知らなかった: 18人, 39%
3	理解が深まった: 20人, 43%	やや深まった: 23人, 50%	あまり深まらなかった: 1人, 2%	深まらなかった: 2人, 4%
4	とてもやさしかった: 11人, 24%	やさしかった: 19人, 41%	難しかった: 16人, 35%	とても難しかった: 0人, 0%

8. おわりに

2020年に小学校においてプログラミング教育が必修化されることになり、教科内容について様々な検討がなされている。プログラミング教育とは言いながら、必ずしもプログラム作成を伴うものではな

く、プログラミングに必要となるプログラミング的思考を習得することを目的として挙げている。本講座の内容もこの目的に沿ったものと言える。このような思考を習得することは重要であるが、プログラミング的思考の大きな部分はプログラミングを通してこそ効率的に習得できるだろう。本講座の内容は、具体的なプログラミングにつなげる部分が十分ではなく、今後の課題である。

謝辞

内村博和先生、松本昇久先生、北島孝浩先生には、当日、各々1つのグループを担当して支援をして頂きました。数理工教育研究センター長の金丸保典先生、数理基礎教育課程主任の篠田昌久先生、さらに小山陽一先生、西岡圭太先生、堀晴菜先生には、講座実施に関して有益な助言を頂きました。内島洋子様、朝日正様には、講座の準備やアンケートの実施等についてお世話になりました。皆様に感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 徳田雄洋：「必勝法の数学」，岩波書店，東京，2017.
- 2) Ernst Zermelo: Ueber eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels, *Proceedings of Fifth Congress Mathematics* (Cambridge 1912), pp.501--504, Cambridge University Press, 1913.
- 3) 堀田英一，竹島卓：対戦型ボードゲーム・プログラムの作成と対戦会を通じたプログラミング教育, *KIT Progress*, No.26, pp.319--328, 2018.
- 4) 岸本章宏：チェッカー解明秘話，*情報処理 Vol.48, No.11*, pp.1257--1263, 2007.
- 5) D. Silver et al.: Mastering the Game of Go with Deep Neural Networks and Tree Search, *Nature*, Vol.529, pp.484--489, 2016.
- 6) 小野田博一：「人工知能はいかにして強くなるのか？ 対戦型 AI で学ぶ基本のしくみ」，講談社，東京，2017.

[受付日 令和元年（2019年）8月19日，採択日 令和元年（2019年）11月11日]



堀田 英一
教授・Ph.D.
基礎教育部
数理基礎教育課程
数理工教育研究センター



工藤 知草
講師・博士（理学）
基礎教育部
数理基礎教育課程
数理工教育研究センター



河津 祐之介
教授・工学博士
基礎教育部
数理基礎教育課程
数理工教育研究センター



上江洲 弘明
講師・博士（学術）
基礎教育部
数理基礎教育課程
数理工教育研究センター



谷口 哲也
準教授・博士（理学）
基礎教育部
数理基礎教育課程
数理工教育研究センター