

材料力学のはりの変形を題材とした 3 年次実験科目におけるテーマ開発

Development of an Experimental Theme on Beam Deformation in Mechanics of Materials for a Third-Year Course

土居 隆宏
DOI Takahiro

金沢工業大学ロボティクス学科 3 年次における実験科目でのテーマとして、材料力学のはりの変形を題材に、学生の将来のものづくりの基礎となる、材料力学、3D CAD、有限要素法、3D プリンティングに関連したものを立ち上げた。座学の材料力学の授業内容と接続し、たわみを計測する実機実験と CAD と有限要素法によるシミュレーション、破壊現象を実測する内容を盛り込んだ。その内容を紹介し、アンケートによる分析を示す。

キーワード：材料力学、有限要素法、3D CAD、3D プリンティング

The theme of the experimental subject for third-year students in the Department of Robotics at Kanazawa Institute of Technology has been launched. The theme deals with the deformation of beams in material mechanics, 3D CAD, the finite element method, and 3D printing, which will form the basis for students' future manufacturing. It was linked to the content of classroom material mechanics classes, and included actual experiments to measure deflection, simulations using CAD and the finite element method, and actual measurements of fracture phenomena. The content and provide an analysis based on a questionnaire are introduced. Keywords: Material Science, FEM, 3D CAD, 3D Printing

1. 緒言

金沢工業大学（以下、本学）ロボティクス学科は 2025 年度より情報理工学部配置されたが、ロボットは情報・電気・機械の 3 要素を持ち、ロボットが現実世界に働きかける以上、機械構造物として十分な強さを持ち、壊れないことが必要である。ロボットの構造設計においては材料力学の基礎知識が必須であり、特に企業などでの実際のものづくりでは有限要素法（Finite Element Method (FEM) or Finite Element Analysis (FEA)）を使ったコンピュータシミュレーションによる設計開発、3D プリンタの導入が一般的である。しかしながら座学の材料力学の講義だけでは学生の理解は不十分であり、実験による体験が必要である。そこで、ロボティクス学科（以下、本学科）では 2022 年度より材料力学の知識を実際の実験で学生に体験させ、それによって知識の定着をはかる実験科目でのテーマを立ち上げ、運用している。本稿ではその取り組みの内容と、アンケート調査による教育効果の分析について述べる。

2. 製図，材料力学の座学について

2.1 企業などで求められるスキル

企業など製品開発の現場では 3D CAD と有限要素法を使うことが一般的であり，加えて近年 3D プリントによるものづくりや設計最適化手法が使われ始めている．学生が将来就職後これらを使いこなせるよう，その基礎を大学で習得することが望まれる．

機械部品などの強度計算を始め，流体や熱のシミュレーションに有限要素法がしばしば用いられる．材料力学の場合は，複雑な機械部品の形状を単純なメッシュの集まりとしてとらえて，部品全体の変形や応力分布などを見るものである．これは強力なツールであり，近年エントリーモデルの CAD にも多く搭載されるようになってきている．しかしながら有限要素法が出す答えはあくまでも近似解であり，材料力学の手法等によるチェックが必要である¹⁾²⁾．

3D プリントは 3D CAD によるデータを前提としており，設計から製作までの時間，試作から設計へのフィードバックの時間を短縮させ，多品種少量生産に対応し，ものづくりのスタイルを激変させた．

有限要素法をさらに応用して要求仕様に合う部品形状を自動的に作り出す設計プログラム（ジェネレーティブデザイン³⁾，トポロジー最適化⁴⁾）もあるが，エンジニアはこのような機械が出した結果をうのみにするのではなく，結果の妥当性を様々な視点から確認する必要がある．その中でも材料力学の知識に基づく，単純な形に置き換えた場合の変形や応力の概算はかなり重要なのではないかと考えられる．

2.2 本学科の実験に接続する科目と課題

本学科では，製図，材料力学に対応した科目群が用意されている⁵⁾．

まず 1 年次に「機械系製図Ⅰ，Ⅱ」が開講されており，2 次元，3 次元の CAD を使ったモデリングや図面製作のスキルを身に着けることができる．

CAD データを応用すれば 3D プリントなどのデジタルファブリケーションも可能であるが，これまでの授業ではここまではカバーされていなかった．

また 2 年次前学期には「ロボット材料力学」という科目がある．応力，はりなどを扱うものであり，力のつり合いに基づく静定問題，変位も考慮した不静定問題や，はりのせん断力，曲げモーメントを図示するものから，はりのたわみまで微分方程式を解いて導くものも扱う．安全率を考慮した最適化の概念についても学ぶ．

座学授業では時間がないこともあるが，はりのたわみ曲線の座標軸レベルから理解されていない例が散見され，机上の理論だけではなく，実際にはりのたわみを測るような経験が必要であると感じる．また，破壊現象は応力が限界を超えたときに発生するものであり，設計上重要である．これも実験を通じて実際に破壊を起こしてみて体感したほうが理解につながると思われる．

3. 材料力学をテーマとした実験のねらい

材料力学をテーマとした実験の立ち上げにあたり，材料力学の具体的な物理的イメージを，実験を通じて体験する機会を設け，座学知識を補うことを考えた．

まず，はりに荷重をかけたときのたわみを大きなテーマとし，受講生はたわみの実測とたわみ理論による結果を比較し，理論曲線の正しさを確認する．また 3D CAD と有限要素法を用いたシミュレーションを行い，たわみの変位を比較し，実測，理論，シミュレーションが一致することを確かめる．

さらにはりの基本デザインを提示し，受講生はそれに対する有限要素法シミュレーションを利用した形状の修正による，剛性の向上と軽量化に基づく形状の最適化を体験する．このような処理は，近年は AI などを用いてハイエンドな CAD では自動でできてしまうが，この処理をシミュレーションで応力の分布を見ながら設計を改良し，その結果が応力分布にどう影響するかを見るという体験をする．

また、破壊現象の実験にも取り組む。実際にものを壊す経験は得難いものであり、管理された条件で安全に数値データを取りながら破壊する実験が重要である。このための試験片を実際に 3D プリンタで受講生が印刷し、積層方向と強度に関する考察をしておく。また、破壊時のせん断力を測るセンサの原理を理解し、センサを使う際に重要なパラメータのキャリブレーションも行う。

4. 本学ロボティクス学科における材料力学をテーマとした実験の運用

本実験テーマ「材料力学実験」は、本学科 3 年次の実験科目「ロボティクス専門実験・演習 A/B」の中の 1 テーマとして、2022 年度にスタートし、今年度で 4 回目の実施となった。当該科目は前学期、後学期にそれぞれ開講され、実施されるテーマは以下に示す 8 テーマである。これらのテーマは受講生がロボットを作り、制御する力を養うことができる内容となっている。本稿で対象とする材料力学実験は前学期のテーマに相当する。

- 前学期（「ロボティクス専門実験・演習 A」）
 - 計測と信号処理（センサの仕組みと特性評価）
 - 材料力学実験（はりのたわみの実測とシミュレーション）
 - マイコン演習（マイコンを使った割り込み、信号処理、通信）
 - 制御工学実験（DC モータの制御）
- 後学期（「ロボティクス専門実験・演習 B」）
 - 動的挙動の評価（振動現象の計測、システム同定）
 - AI 演習（深層学習による画像認識）
 - ロボット制御 1（ロボットアームの制御）
 - ロボット制御 2（ライントレーサの制御）

4.1 スケジュールと内容

本学科の「ロボティクス専門実験・演習 A」は 15 週構成となっており、その中で 3 週を使って実施した。スケジュールと内容を表 1 に示す。

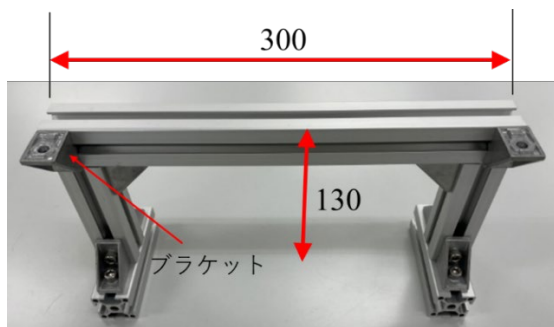
表 1 材料力学実験の実施スケジュール

週	内容
1	はりのたわみ（棒） 力センサ実験（キャリブレーション）
2	有限要素法によるシミュレーション（棒，Sample1） 実験による検証（Sample1）
3	3D CAD による設計改善（Sample2） はりの破壊試験（Sample1）

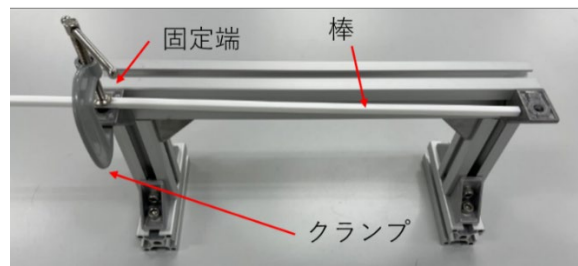
4.2 たわみ試験用の教材について

たわみを発生しやすく、計測しやすくするためにアルミフレームで図 1 に示す装置を用意した。30mm 角のアルミフレームでできており、向かって左側のブラケットに棒をクランプで固定できるようになっており、任意の棒を固定して荷重をかけ、たわみを発生することができる。

またこの実験装置はクランプで力センサを取り付けることもでき、発生しているせん断力をマイコン (Arduino) でデジタル通信 (I2C) で読み取ることができる。実験では、一定の荷重を加えるときには PET ボトルに水を入れ、その重さを台秤で測って棒に下げること、分銅やばねばかり等を使わず、安価に荷重を変化させられるようにした。力センサとしてひずみゲージを使ってせん断力を計測できる(株)秋月電子通商で販売しているロードセル SC133、アンプは HX711 を使用した。



(a) 実験用フレーム



(b) フレームに対する棒の固定

図1 たわみ試験用の実験装置

たわみ計測を行う棒は、素材はヒノキ、スチロール樹脂、アクリル、アルミニウム、断面形状は丸、正方形、長方形など班ごとに変えることとした。

試験片としては、Sample1, Sample2 の2種類を用意し、これらを3Dプリンタで印刷するとともに、3D CADデータを配布した。たわみ試験、破壊試験に使うSample1は、試験片を受講生に3Dプリンタで作らせることで、製作条件（素材、充填率）による強度の違いについての気づきを期待している。補強設計に使う試験片のSample2は、班ごとに形状を変えており、多様な答えが出てくることを期待している。

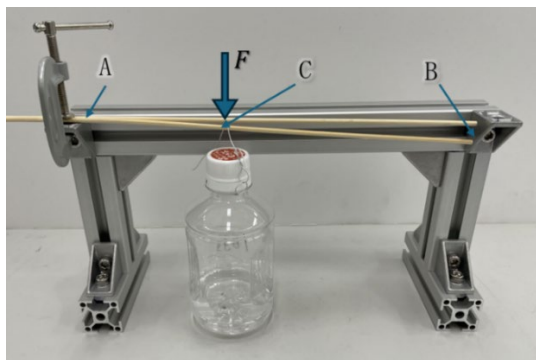
CADには1年次の機械系製図で使用したSiemens NXと、Autodesk Inventorを使用した。再履修生の中にはSolid Edgeを使うものもいた（アンケート参照）。

4.3 各週の実施内容

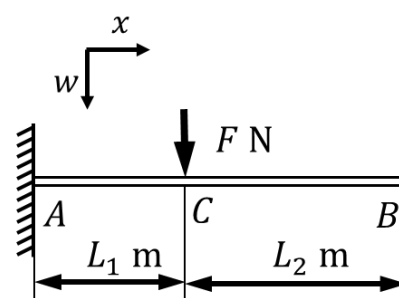
4.3.1 第1週の実施内容

たわみ曲線の考え方から逆にたどり、復習を行った。

まず図2に示すフレーム、棒、荷重となるPETボトルからなる実験装置と、それを模式的に表した図を示し、集中荷重を受けるはりのたわみ曲線の式について復習した。



(a) PETボトルを使ったたわみの実験装置



(b) 模式図

図2 棒のたわみの計測実験

この場合のたわみ曲線は、文献⑨を参考に、図2のA-C間とC-B間で異なる曲線をつなぎ合わせた形となる。横軸右向き正で x 軸、縦軸下向き正で w とすると、A-C間のたわみ w_1 、C-B間のたわみ w_2 、自由端Bのたわみ w_{max} は以下の式で与えられる：

$$w_1 = \left(\frac{F}{6EI_y} \right) (-x^3 + 3L_1x^2) \quad (1)$$

$$w_2 = \left(\frac{FL_1^2}{6EI_y} \right) (3x - L_1) \quad (2)$$

$$w_{\max} = \left(\frac{FL_1^2}{6EI_y} \right) (2L_1 + 3L_2) \quad (3)$$

ここで、パラメータは F :荷重、 E :ヤング率、 I_y :断面二次モーメント、 L_1 :A-C間の距離、 L_2 :C-B間の距離である。これらを適切に与えればこの式から棒のたわみ曲線を知ることができる。

授業では加えてこの根拠となった、たわみの基礎式、断面二次モーメントの概念の確認、ヤング率、フックの法則、応力について、また、はりと支持条件、荷重の種類、曲げとせん断、SFDとBMD、最後に応力とひずみについて説明した。

次に実習で受講生は実際にアルミフレームに棒を固定し、荷重をかけることでたわみを発生させ、そのたわみを実測した(図3)。実測のための道具としては、物差しとノギスを用意した。また、理論式を実測値のプロットと重ね合わせ、その誤差について検討する機会を設けた。パラメータが正しければ理論と実測が一致する。また、誤差の原因は素材のヤング率 E が違っていることが多く、実測値に合うように E を調整すると、たいていは一致させることができた(図4)。

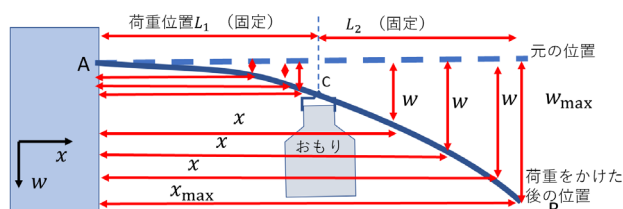
次に力センサ(ロードセル)の原理をひずみゲージとブリッジ回路から説明し、受講生はせん断荷重を計測した。センサを使用するにあたって、せん断荷重 x に対しセンサの値を y とするとき3つ以上の既知の荷重 x_i とそれに対する y_i の組 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots$ を測定し、これらから最小二乗法でキャリブレーションのパラメータ計算を行い、得られた推定値と真値の比較と誤差評価を行った。



(a) たわみ計測の様子。PETボトルを手で持って荷重をかけるところ。この後手を離し、はりの左端の固定端からの水平距離と、元のはりの位置からの下がり方をノギスで計測した。
(受講生を写真撮影したもの)

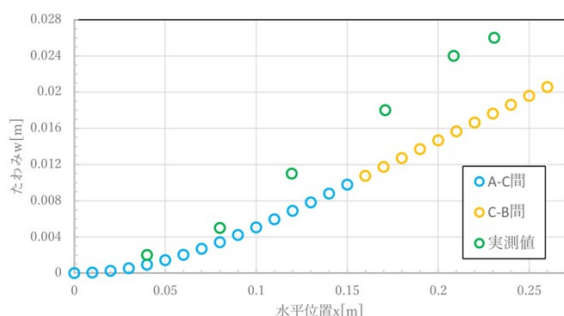
1-A はりのたわみ実験 - 実測値の計測方法

- おもりの位置を動かさずに、しなった棒のたわみを何点かで計測し、たわみ曲線の**実測値**(x, w)の組を何点か得る。
 - 左突起のクランプした位置を x 方向位置の基準とする。
 - w は元の位置からの変位量を測る
 - おもりより左側、おもりより右側の両方を測る。各3点ずつぐらい取れると良い
- 棒の右端の最大変位 $w_{\max}$ とその位置 $x_{\max}$ も記録しておく。後でシミュレーションと比較するときに使える。

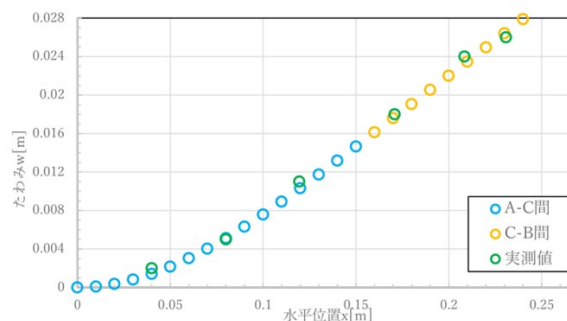


(b) 授業資料の抜粋。水平位置 x とたわみ量 w の測り方の説明

図3 たわみ計測の例



(a) ヤング率調整前



(b) ヤング率調整後

図4 理論値と実測値の例 (受講生のレポートより引用)

4.3.2 第2週の実施内容

有限要素法についての概略、主応力、組み合わせ応力、フォンミーゼス応力について説明し、受講生がシミュレーション結果で使われる用語を理解できるようにした。また応力集中についても説明し、手計算では見るのが難しい応力集中をシミュレーションで観察するよう促した。

その後第1週で行った棒のたわみ実験をCAD上で再現し、一定の荷重を加えたときに棒に発生する変位・応力のシミュレーションを有限要素法で行った。これは非常に簡単な有限要素法シミュレーションであり、初学者の導入に最適であると考えた。さらに試験片 Sample1 を配布し、そこに一定荷重を加えたときの変位の実測と、Sample1 のCADモデルを配布し、それを使ったシミュレーション結果とを比較させ、CADの妥当性について確認する機会を設けた。

また、3Dプリンタの練習もかねて Sample1 のSTLファイルを配布し、3Dプリンタで印刷する宿題を設定した。

4.3.3 第3週の実施内容

第3週では人間の骨の応力の例、ねじりについての復習、応力集中について再確認した後、Sample2 のCADデータを配布し、受講生は応力シミュレーションにより応力集中の様子を観察した。さらに Sample2 の試験片を配布し荷重を加えたときの先端変位を見ることにより、シミュレーションの妥当性評価と、応力分布を体感的に確認した。

さらにこれに基づき、CAD上で Sample2 の強度を増しながら軽量化する設計を行った。制約の中で形を考えるとという経験は受講生には少なく、良い経験になったと考える。

ヒントとして断面二次モーメント、曲げモーメント、応力集中について考えるよう促した。設計は Sample2 の基本形状からスタートして応力の集中しているところに肉付けし、その後応力の少ないところを肉抜きするよう、またこのとき切り欠きの部分はふさがないように指示した。

補強・軽量化したらその後応力分布のシミュレーションを行い、さらに補強・軽量化を追加するループを繰り返すよう指示した。図5に補強前の Sample2 の形状と、それに対する補強・軽量化の例を示す。

最後に破壊試験を行った。第2週に課した Sample1 の3Dプリンタ印刷物をアルミフレームに力センサと組み合わせて固定し、第1週でキャリブレーションしたプログラムを使ってせん断力を測りながらはりを破断または塑性変形させ、ピークを計測した。図6に破壊試験により塑性変形した棒の写真を示す。

4.4 授業の取り組みの様子

授業はおおむねスムーズで、受講生は熱心に実験に取り組んでいる様子が見られた。特に第3週のCADを使った最適な形状設計は没頭する受講生が見られた。

レポートもおおむねよくできていたが、一部のレポートでたわみ曲線の意味が理解されていない、力、応力、モーメントの混同、キャリブレーションの意味が分かっていない、応力集中が小さくなると構造として強くなることの理解が進んでいない、データの取り扱い（理論値、実測値の違い）などのミスも見られた。

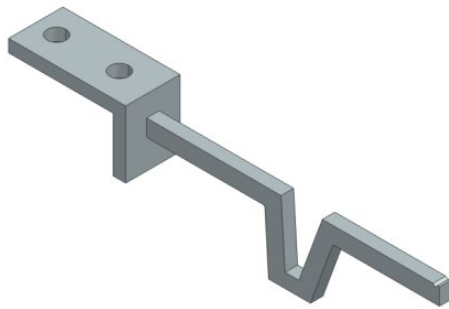
5. アンケートによる調査

2025年度前学期末に、受講生89名に対して以下の設問のアンケートを行い、実験授業の効果などを評価した。

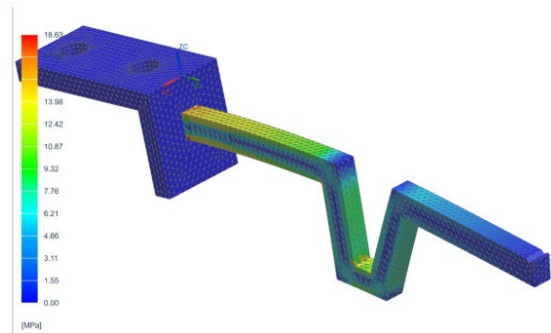
1. この実験の内容は、座学の「ロボット材料力学」と連続していたと感じましたか？
2. この実験ではCADは何を使いましたか？（複数回答可）
3. たわみの基礎式について、「ロボット材料力学」ですでに習いましたが、この実験で理論式のグラ

フを描いたり、たわみを計測することでその意味が実感できましたか？

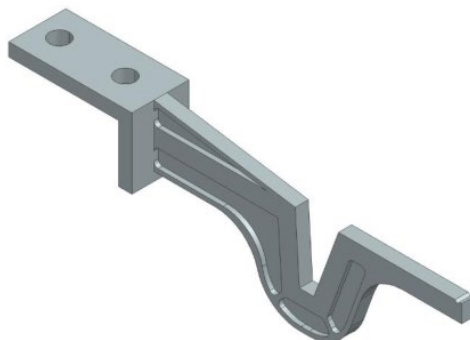
4. この実験で得たあなたの班のたわみ曲線の理論値のグラフと実測値は、(そのままで、あるいは E を変えるなどして) 近い形になったと思いますか？
5. CAD を使った応力・変位のシミュレーションの手順は理解できたと思いますか？
6. この実験で CAD を使って応力集中の様子を見ることができましたか？
7. この実験で CAD を使って軽量高剛性な部品設計の手順は理解できたと思いますか？
8. この実験の中の 3D プリンタの部品を使った破壊試験では、破壊の様子がよくわかりましたか？



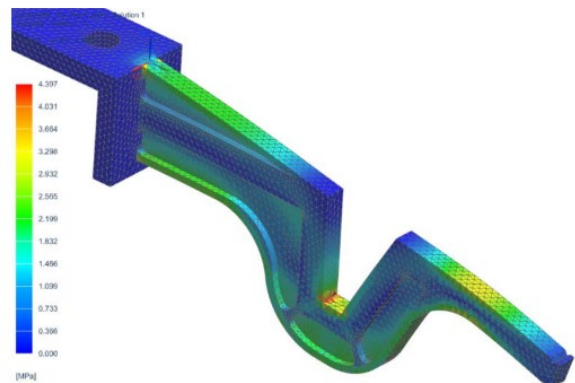
(a-1)



(a-2) 応力シミュレーション



(b-1)



(b-2) 応力シミュレーション

図5 補強の例。(a-1)(a-2)は補強前の図、(b-1)(b-2)は補強後の図を表す。
(受講生のレポートより引用)

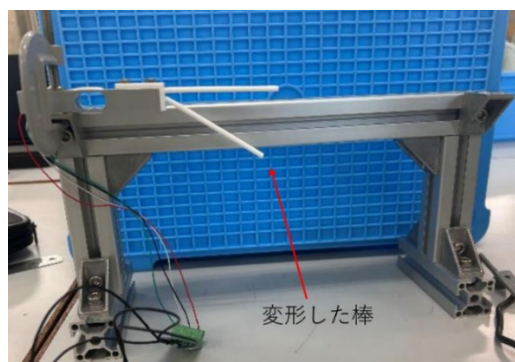


図6 破壊試験の例(受講生のレポートより引用)

設問 2 以外は 5 段階評価とし、5（強くそう思う）～1（そう思わない）、で回答を求めた。図 7～14 にアンケートの結果を示す。設問 1 の座学との連続性に関しては 8 割が 5, 4 の評価であり、うまく連続したと考える。設問 2 の使用した CAD に関しては、機械系製図の授業で使用した Siemens NX より Autodesk Inventor が、シミュレーションの容易さからか、使用者が多い結果となった。設問 3 のたわみ理論式が実感できたという回答は 5, 4 合わせると 79%となった。設問 4 は 5, 4 合わせて 70%の受講生が理論と実測値に近い形となったと回答した。設問 5 でシミュレーション手順が理解できたとの回答は 5, 4 評価合計で 82%, 設問 6 の応力集中が観察できたという回答は 5 評価だけで 68%, 5, 4 評価を合わせると 92%となった。設問 7 の軽量高剛性な設計手順は 5, 4 評価が 76%に達しており、ほぼ理解されたと考える。設問 8 の破壊試験に関しては 5, 4 評価合計が 84%であり、破壊の様子が実感できたと考える。

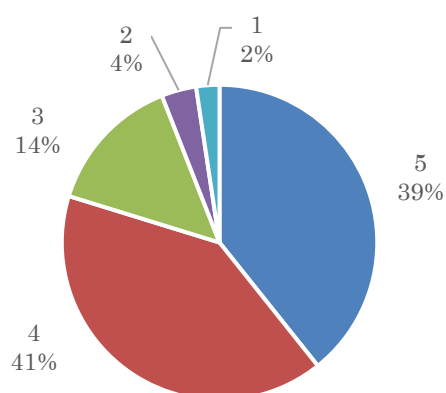


図 7 設問 1 に対する回答（連続性）

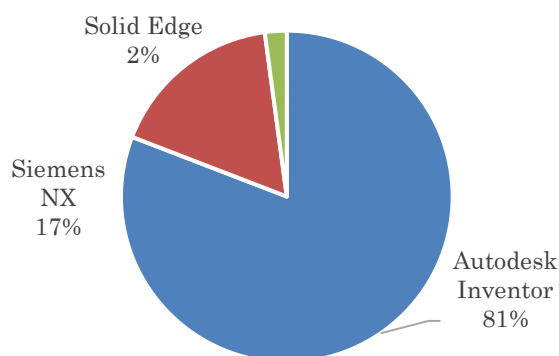


図 8 設問 2 に対する回答（CAD）

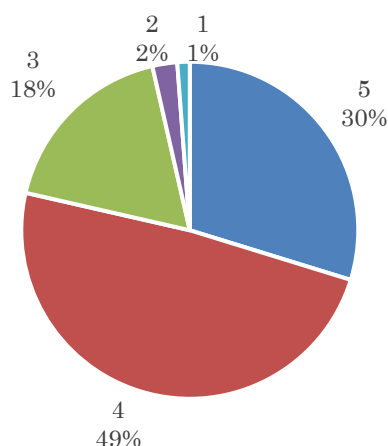


図 9 設問 3 に対する回答
（たわみ理論式の実感）

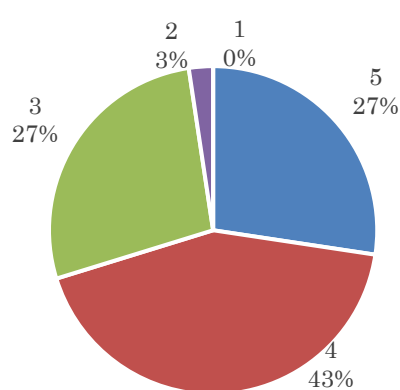


図 10 設問 4 に対する回答
（理論と実測の一致）

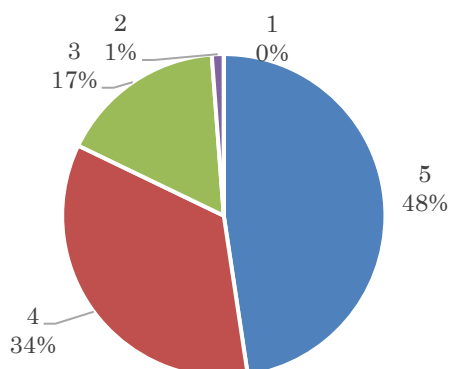


図 11 設問 5 に対する回答（シミュレーション手順）

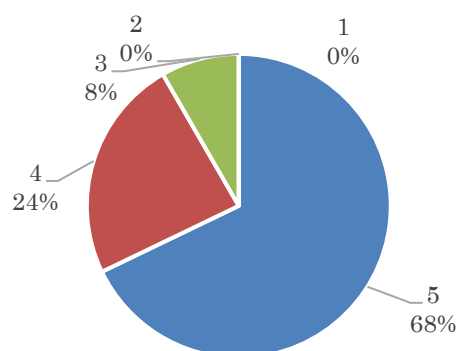


図 12 設問 6 に対する回答（応力集中）

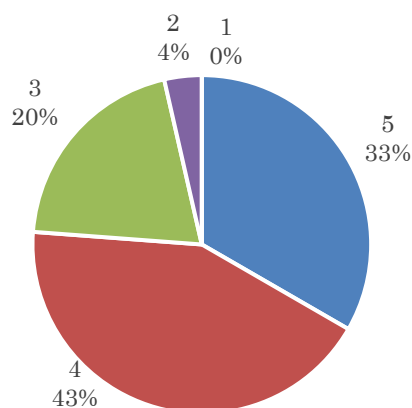


図 13 設問 7 に対する回答（設計手順）

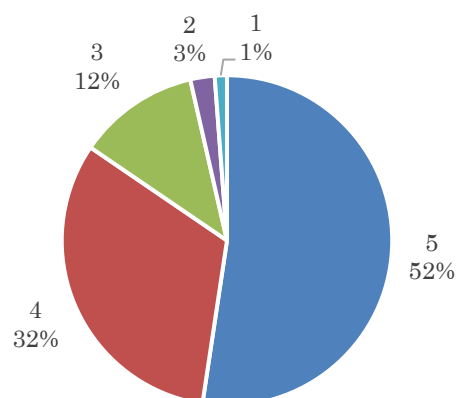


図 14 設問 8 に対する回答（破壊）

6. 結語

本学ロボティクス学科を対象に、材料力学のはりの変形を題材としたテーマを設定し、はりのはりたわみの実測、はり理論からの考察、有限要素法によるシミュレーション、制約条件下での部材設計とシミュレーション、破壊試験からなる授業を行った。授業はスムーズに進み、座学の「ロボット材料力学」では実感することが難しかったはりのはりたわみや、応力集中、破壊について理解が進む結果がアンケートから得られた。

今後は実験から明らかになった理解が不十分な点に関して、実験の説明や指導に反映させるほか、さかのぼって 2 年次の座学授業に反映させたいと考える。例えば 2 年次の「ロボット材料力学」において、専門実験の内容を紹介し、実験でははりのはりたわみや破断の実例を示すことで、基本的なせん断力や応力、曲げモーメントなどの概念を確認し、座学で学んだ理論が実験においても有効に活用できることを学べることが考えられる。

参考文献

- 1) 青木隆平, 長嶋利夫: 設計技術者が知っておくべき有限要素法の基本スキル, オーム社, 2018
- 2) 泉聡志, 酒井信介: 理論と実践がつながる実践有限要素法シミュレーション, 森北出版, 2022

- 3) AUTODESK 社ホームページ：製造業を変革：ジェネレーティブ デザインのメリットと活用事例, <https://www.autodesk.com/jp/design-make/articles/generative-design-in-manufacturing> (閲覧日 2025 年 8 月 17 日)
- 4) 矢地謙太郎：はじめての精密工学 はじめてのトポロジー最適化, 精密工学会誌, vol.85, No.11, pp.965-968, 2019
- 5) 金沢工業大学カリキュラムガイド：情報理工学部 ロボティクス学科, https://www.kanazawa-it.ac.jp/campus_guide/2025/chapter_6/undergraduate/informatic_technology/robotics.html (閲覧日 2025 年 8 月 17 日)
- 6) 中田政之, 田中基嗣, 吉田啓史郎, 木田外明：わかりやすい材料力学の基礎, 共立出版, 2013

[受付日 令和 7 年 (2025 年) 8 月 18 日, 採択日 令和 7 年 (2025 年) 10 月 31 日]



土居 隆宏
教授・博士 (工学)
情報理工学部
ロボティクス学科